

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИММУНИТЕТА

А. М. Молчанов

(Институт биологической физики АН СССР)

Предлагаемая модель основана на идее, что явление иммунитета можно представить, как результат одновременного протекания и взаимодействия трех процессов.

Первый процесс — размножение инфекционного начала. Второй процесс — воспроизводство иммунных агентов. Третий процесс — взаимодействие и взаимоуничтожение иммунного и инфекционного начала.

Такая схема приводит к простой кинетической модели иммунитета. Обозначив через X количество инфекционного начала, а через y количество дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx}{dt} = A(x) - C(x, y)$$

$$\frac{dy}{dt} = B(x) - C(x, y)$$

где через $A(x)$ обозначена скорость размножения микробов, через $C(x, y)$ — темп взаимного уничтожения x и y и, наконец, через $B(x)$ — скорость воспроизводства иммунного начала. Эта модель позволяет сделать существенные заключения.

Так, например, исследование модели приводит к выводу о колебательном характере протекания иммунного процесса в широком диапазоне условий.

Колебательность сохраняется даже при простейших предположениях относительно механизмов A , B и C . Можно положить, в частности, $A(x) = \alpha x$

что соответствует «закону действующих масс» для размножения инфекции. Далее, предположение $C(x, y) = \gamma y$ означает, что каждый из иммунных агентов в среднем за время $1/\gamma$ уничтожает врага и гибнет сам. Наконец предположение

$$B(x) = \begin{cases} 0 & x < x_{кр} \\ \beta & x \geq x_{кр} \end{cases}$$

означает, что производство иммунных агентов включается немедленно и на полную мощность по достижении «сигнального уровня» $x_{кр}$ инфекции в организме.

Ясно, что подобные предположения весьма схематично описывают реальные механизмы. Однако исследование модели показывает, что значительно более сложные механизмы могут быть с успехом приближены указанными простейшими. Это позволяет поставить вопрос об осредненных количественных характеристиках иммунного процесса и наметить, в основных чертах, классификацию (особенно качественную) типов иммунитета.